

Dr. Sadık YILDIZ

sadikyildiz06@gmail.com

**Gazi Üniversitesi
Elektrik Elektronik Mühendisliği
(Teknoloji Fakültesi)**

2025– ANKARA

3. Analog/Sayısal Dönüşüm

3.3 Kuantalama (Nicemleme -Sinyal İşleme)

3.4. Darbe Kod Modülasyonu (PCM)

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

- Örneklenmiş işaretin genlik değerleri, analog işaretin örnekleme anındaki değerlerine eşit olmaktadır.
- Bu nedenle örneklenmiş işaretlerin genlik değerleri sürekli olmakta ve örneklerin alabileceği değerlerde bir sınırlama bulunmamaktadır.
- Kuantalama işleminde, *örnek değerlerinin önceden belirlenmiş sınırlı sayıdaki seviyeden* en yakın olan seviyeye çekilmesiyle işaretin alabileceği değerler sınırlandırılmaktadır.
- Zaman ekseninde *ayrıklık getiren örnekleme* ile genlik ekseninde *ayrıklık getiren kuantalama* işlemlerinin birleşimiyle analog bir işaretin sayısal yapıya çevrilmesi sağlanabilmektedir.

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

- Örnek olarak, **-10.0** ve **+10.0** aralığında çıkış veren **analog bir bilgi kaynağında** işaret değerleri için bir **alt sınır** ve bir **üst sınır** belirlenmiştir ve **işaretin bu aralıkta alabileceği değer sayısı sınırsızdır**.
- Örneğin, analog işaret verilen bu aralıkta -3.67, 2, 0.5, 0.6297439, -8.9991809821809 gibi sonsuz sayıda farklı değer alabilmektedir.
- İşaretlerin alabileceği *değerlerin sayısını sınırlayan* sistemler **kuantalayıcı** olarak adlandırılmaktadır.
- Örnek olarak işaret değerleri en yakın tamsayıya kuantalandığında, -10.0 ve +10.0 aralığında işaret, alt ve üst sınır dahil olmak üzere sadece 21 farklı değer alabilmektedir ($\{-10, \dots, 0, \dots, 10\}$).

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

- Kuantalama işlemi sayesinde bir işaretin alabileceği değer sayısı azaltılarak işaretin temsil edilmesi için gereken veri miktarı sınırlandırılmaktadır.
- Fakat bununla beraber, işaret değerleri değiştirildiğinden **kuantalama hatası** meydana gelmektedir.
- Örneğin, -3.67 değerinin -4 seviyesine kuantalanması sonucu 0.33'lük bir hata oluşmaktadır.
- Kuantalama hatası, kullanılan **kuantalama seviyelerinin** sayısı arttırılarak azaltılabilmektedir.
- Örneğin tamsayı yerine 0.5'in katlarına kuantalama yapıldığında yapılabilecek maksimum hata azalmaktadır.
- Fakat, kuantalama seviye sayısının arttırılması durumunda, kuantalama sonrası elde edilen veri miktarı da artmaktadır.

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

- İki seviyenin tam arasında kalan bir işaret değeri için, kuantalayıcı yapısına göre bir üst veya alt seviyenin seçilmesi fark etmemektedir, çünkü her iki durumda da yapılan kuantalama hatası aynı olmaktadır.
- Örneğin, tamsayı kuantalayıcısında 0.5 örnek değeri 1 seviyesine kuantalandığında da, 0 seviyesine kuantalandığında da yapılan hata 0.5 olmaktadır.
- Kuantalayıcıların **çalışma biçimi** tipik olarak **giriş-çıkış ilişkisi** şeklinde tanımlanmaktadır.
- Kuantalanmış örnek değerleri bir sonraki aşamada sayısal sözcükler ile ifade edileceğinden, verimli bir sayısal gösterim için, **işaretin alabileceği değer sayısı** (**kuantalayıcıda kullanılan seviye miktarı**) genelde ikinin katı (2^n) olarak belirlenmektedir.
- Kuantalayıcılar, **birbiçimli kuantalayıcılar** ve **birbiçimli olmayan kuantalayıcılar** şeklinde ikiye ayrılmaktadır.

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Bir Biçimli Kuantalayıcılar

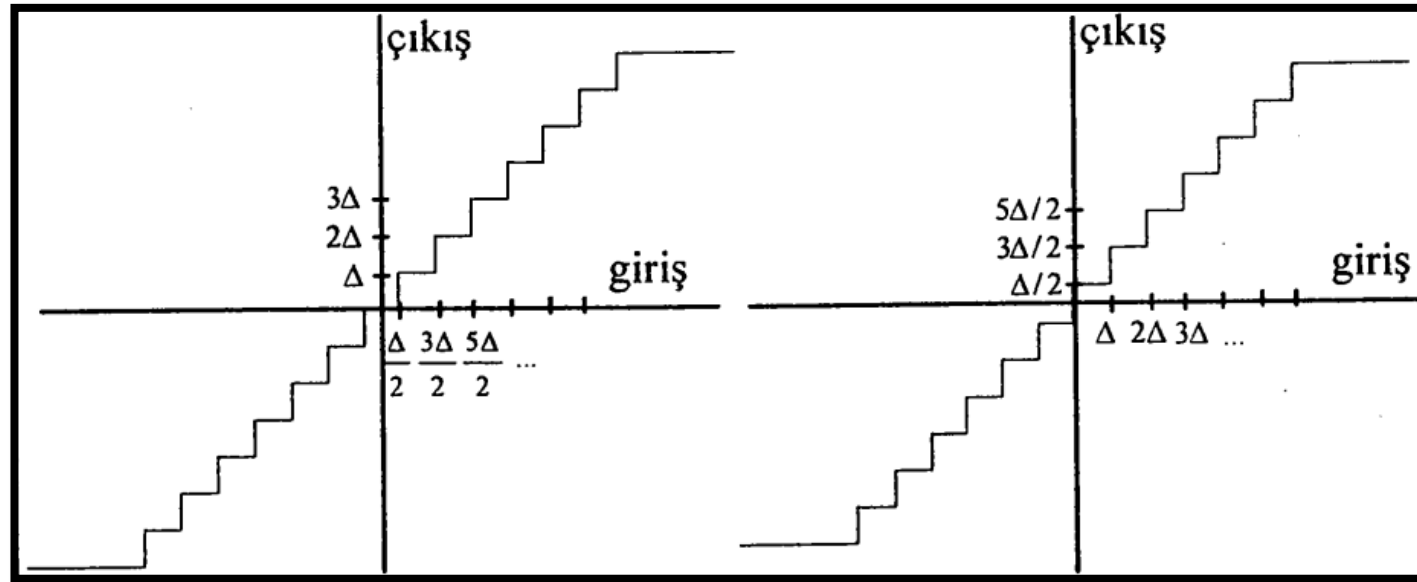
- Tüm kuantalama seviyelerinin arası sabit olan kuantalayıcılar, birbiçimli kuantalayıcı olarak adlandırılmaktadır.
- *Kuantalama seviyeleri arasındaki mesafe **adım aralığı** olarak adlandırılmakta.*
- Genelde Δ ile gösterilmektedir.
- Birbiçimli kuantalayıcılarda, ***adım aralığı sabit olmaktadır.***

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Birbiçimli Kuantalayıcılar

- Örnek değerlerinin *sıfır seviyesine* kuantalanmasına imkan tanıyan (*çıkışında sıfır seviyesi bulunan*) birbiçimli kuantalayıcılar **orta-basamaklı kuantalayıcı** olarak adlandırılmaktadır.
- Örnek değerlerinin *sıfır seviyesine* kuantalanmasına imkan tanımayan (*çıkışında sıfır seviyesi bulunmayan*) birbiçimli kuantalayıcılar ise **orta-yükseltili kuantalayıcı** olarak adlandırılmaktadır.
- Şekil 3.28'de orta-basamaklı ve orta-yükseltili birbiçimli kuantalayıcılar için tipik giriş-çıkış ilişkileri gösterilmektedir.



Şekil 3.28. Birbiçimli orta-basamaklı (solda) ve orta-yükseltili (sağda) kuantalayıcı.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Bir Biçimli Kuantalayıcılar

- Kuantalanmış işaret değerlerinde **sıfır seviyesinin gösterilmesi** isteniyorsa **orta-basamaklı kuantalayıcı** kullanılmaktadır.
- **Orta-basamaklı kuantalayıcıların** dezavantajı, seviye sayısı ikinin katı (2^n) olarak belirlendiğinde **pozitif ve negatif seviye sayılarının eşit olmamasıdır**.
- Örneğin, toplam **8** kuantalama seviyesi için, orta-basamaklı kuantalayıcıda sıfır seviyesi nedeniyle **4** adet **pozitif** seviye kullanıldığında sadece **3** adet **negatif** seviye kullanılabilmektedir.
- Sıfır seviyesinin gösteriminin önemli olmadığı durumlarda **pozitif ve negatif seviye sayısındaki simetri nedeniyle orta-yükselteli kuantalayıcı** yapısı tercih edilmektedir.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Bir Biçimli Kuantalayıcılar

- K Giriş işareti $(-X_m, X_m)$ aralığında değer aldığı ve kuantalayıcıda toplam L adet seviye kullanıldığında, adım aralığı şu şekilde bulunur,

$$\Delta = \frac{2X_m}{L}$$

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Bir Biçimli Kuantalayıcılar

- Kuantalayıcının yol açtığı **kuantalama hatası**, **işaretin gerçek değeri** ile **kuantalanmış değeri** arasındaki **fark** olarak tanımlanmaktadır. Ve şu şekilde ifade edilir.

$$e_k = x - Q(x)$$

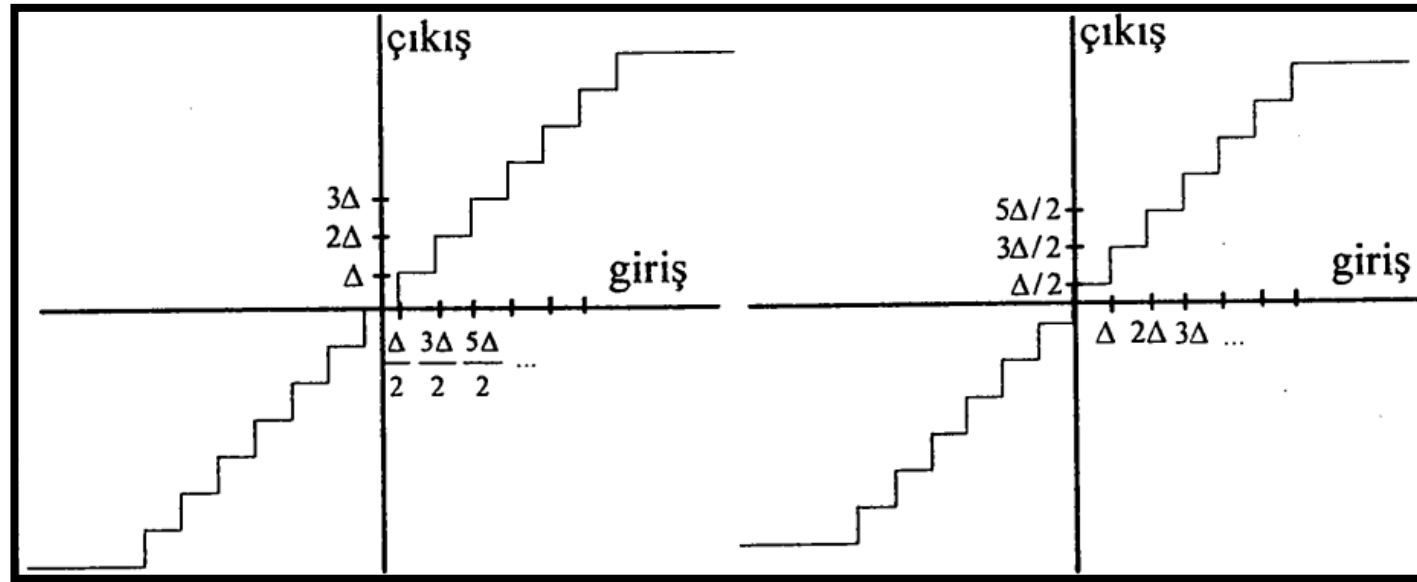
- Bu denklemde;
- x : Gerçek örnek değerleri (kuantalayıcı girişleri)
 - $Q(x)$: Kuantalanmış örnek değerleri (kuantalayıcı çıkışları)
 - e_k : Kuantalama hatası

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Birbiçimli Kuantalayıcılar

- Birbiçimli kuantalayıcılar için Şekil 3.28'de gösterilmekte olan giriş/çıkış ilişkisi incelendiğinde kuantalama hatasının $[-\Delta/2, \Delta/2]$ aralığında değiştiği görülmektedir.
- Orta-basamaklı birbiçimli bir kuantalayıcı için kuantalama hatasının giriş değerlerine göre değişimi Şekil 3.29'da gösterilmektedir..



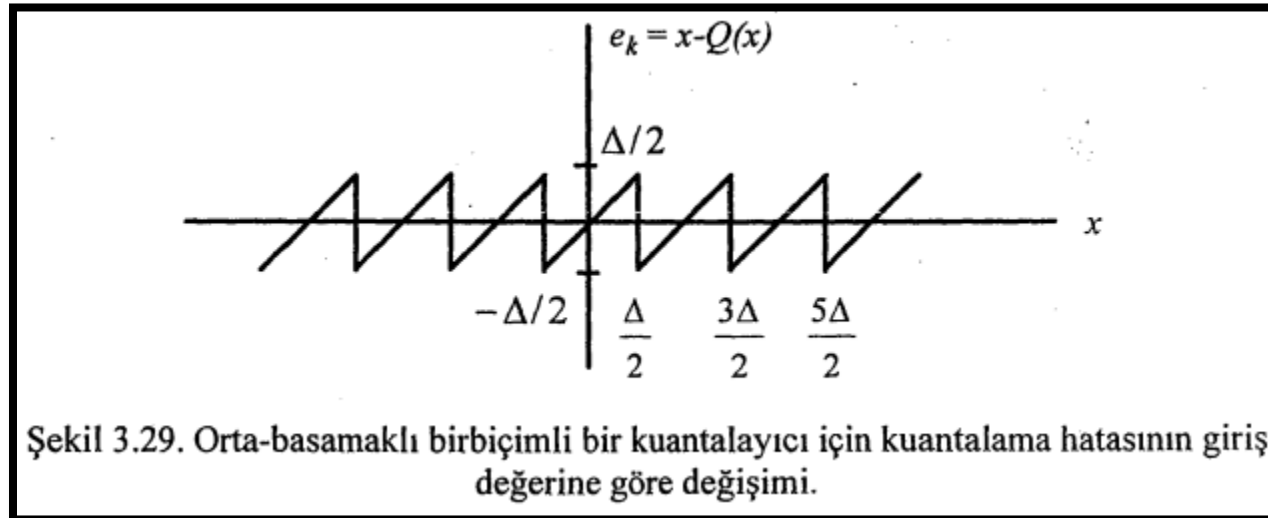
Şekil 3.28. Birbiçimli orta-basamaklı (solda) ve orta-yükselteli (sağda) kuantalayıcı.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Birbiçimli Kuantalayıcılar

- Orta-basamaklı birbiçimli bir kuantalayıcı için kuantalama hatasının giriş değerlerine göre değişimi Şekil 3.29'da gösterilmektedir.

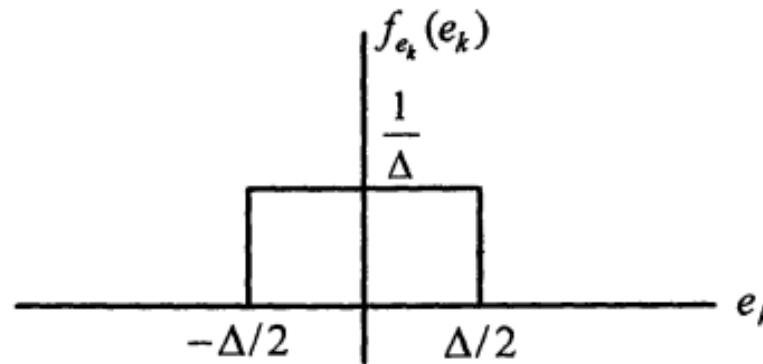


SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Birbiçimli Kuantalayıcılar

- Birbiçimli kuantalayıcılarda, kuantalayıcı seviyeleri *giriş işaretinin değer aralığının tümünü* kapsayacak şekilde belirlendiği taktirde *maksimum kuantalama hatası kuantalama adım aralığının yarısına eşit*, yani $\Delta/2$ olarak bulunmaktadır.
- Giriş değerleri düzgün dağılımlı olduğunda, yani giriş işaretinin tüm giriş değerlerini alma olasılığı eşit olduğunda, kuantalama hatası da düzgün dağılımlı olmaktadır.
- Bu durumda kuantalama hatasının $[-\Delta/2, \Delta/2]$ aralığındaki tüm değerleri alma olasılığı eşit olmaktadır.
- Dolayısıyla *kuantalama hatasının olasılık dağılım fonksiyonu* Şekil 3.30'da gösterildiği biçimde oluşmaktadır.



Şekil 3.30. Düzgün dağılımlı kuantalama hatasının olasılık dağılım fonksiyonu.

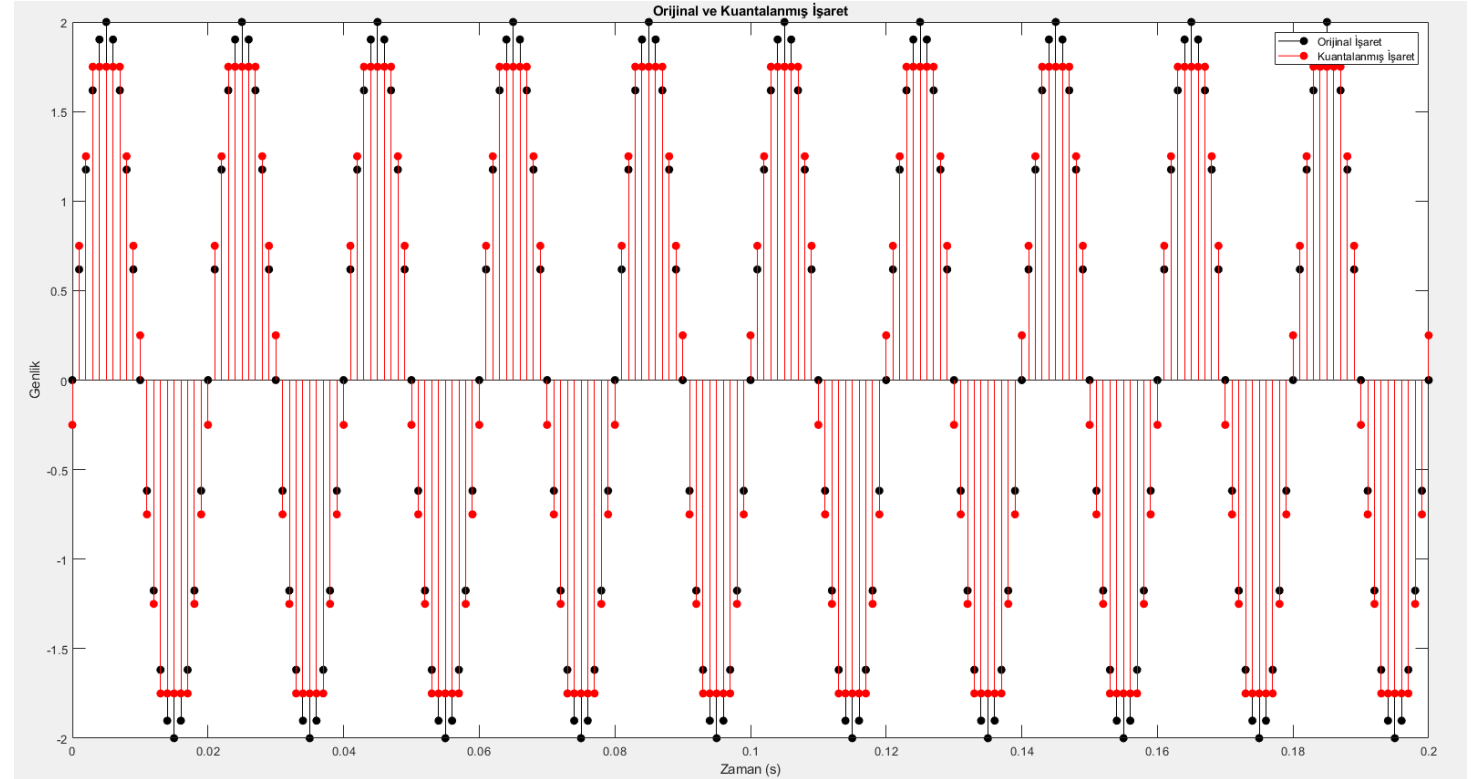
3.3. Kuantalama (Nicemleme)

1. Birbiçimli Kuantalayıcılar

```

1 % Kuantalayıcının seviye sayısı
2 L = 8;
3 % Örnekleme periyodu T = 1/1000 aralığında 0.2 saniyelik zaman eksenini
4 t = 0:1/1000:0.2;
5 % x işaretini: 2*sin(100*pi*t)
6 x = 2 * sin(100 * pi * t);
7 % Orijinal işaretini çizme
8 figure;
9 stem(t, x, 'k', 'filled');
10 title('Orijinal ve Kuantalanmış İşaret');
11 xlabel('Zaman (s)');
12 ylabel('Genlik');
13 hold on;
14 % İşaretin maksimum değerini bulma
15 xmax = abs(max(x));
16 % Kuantalayıcının adım aralığı
17 delta = 2 * xmax / L;
18 % L-1 adet giriş eşik seviyesi
19 partition = -(L/2-1)*delta : delta : (L/2-1)*delta;
20 % L adet çıkış seviyesi
21 codebook = -(L/2-1) * delta / 2 : delta : (L/2-1) * delta / 2;
22 % İşareti kuantala
23 [indx, xq] = quantiz(x, partition, codebook);
24 % Kuantalanmış işaretini çizme
25 stem(t, xq, 'r', 'filled');
26 legend('Orijinal İşaret', 'Kuantalanmış İşaret');
27 % Kuantalama hatası hesaplama
28 hata = x - xq;
29 % Ortalama karesel kuantalama hatası (OKKH)
30 okkh = var(hata);
31 fprintf('Ortalama Karesel Kuantalama Hatası (OKKH): %.4f\n', okkh);
32 % Alternatif hesap yöntemi ile OKKH
33 okkh2 = sum(hata.^2) / length(hata);
34 fprintf('Alternatif OKKH Hesabı: %.4f\n', okkh2);
35 % İşaret-kuantalama gürültüsü oranı (SNR) hesaplama
36 snr = 10 * log10(var(x) / var(hata));
37 fprintf('İşaret-Kuantalama Gürültü Oranı (SNR): %.4f dB\n', snr);

```



SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2. Birbiçimli Olmayan Kuantalayıcılar

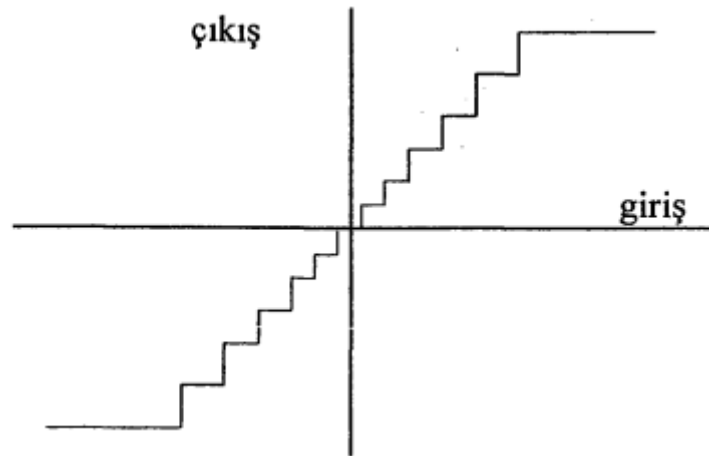
- *Düzgün dağılımlı olmayan analog işaretlerin* sayısal işaretlere çevrilmesi aşamasında birbiçimli olmayan kuantalayıcılar daha iyi bir performans göstermektedir.
- *Düzgün dağılımlı olmayan işaretler* için *birbiçimli olmayan kuantalayıcılar* sayesinde *belirli bir kuantalama seviye sayısı için daha düşük kuantalama hatası, veya belirli bir kuantalama hatası için daha az seviye sayısı elde edilebilmektedir.*

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2. Birbiçimli Olmayan Kuantalayıcılar

- Birbiçimli olmayan kuantalayıcılar, *yaygın olarak ses işaretlerinin* sayısal işaretlere dönüştürülmesi için kullanılmaktadır.
- Ses işaretleri yapı itibariyle çoğunlukla *düşük genliklerdedir* ve *yüksek genlik değerleri daha düşük bir olasılıkla oluşmaktadır*.
- Bu nedenle düşük genlikler için daha küçük adım aralıkları, yüksek genlikler için de daha büyük adım aralıkları kullanılarak kuantalayıcının genel performansı iyileştirilebilmektedir.
- Böyle bir kuantalayıcının tipik giriş-çıkış ilişkisi Şekil 3.33'de gösterilmektedir.



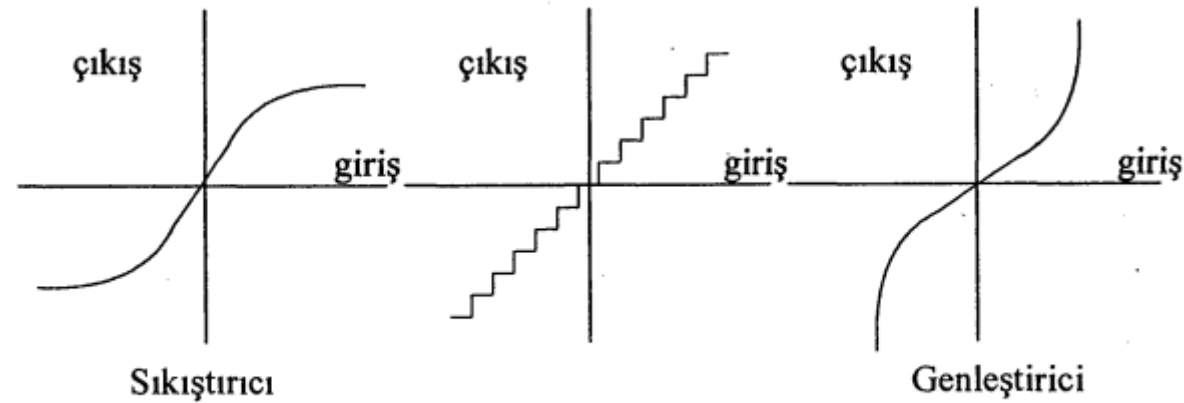
Şekil 3.33. Birbiçimli olmayan kuantalayıcı için örnek giriş/çıkış ilişkisi.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Birbiçimli olmayan kuantalayıcıların tasarımı ve gerçekleştirilmesi birbiçimli kuantalayıcılara oranla daha zordur.
- Bu nedenle, birbiçimli olmayan kuantalayıcı işlevi için Şekil 3.34'de gösterilen sıkıştırma-genleştirmeli kuantalayıcı yapısı kullanılabilmektedir.



Şekil 3.34. Sıkıştırma-Genleştirmeli Kuantalama.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Bu yaklaşım özellikle *sayısal ses haberleşmesi uygulamalarında* ses işaretlerinin sayısal işaretlere dönüştürülmesi için kullanılmaktadır.
- Sıkıştırıcı, birbiçimli kuantalayıcı ve genleştirici elemanlarının birleşiminden oluşan sıkıştırma-genleştirmeli kuantalayıcı yapısı birbiçimli olmayan kuantalayıcı işlevi görmektedir.
- Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalayıcıda *düzgün dağılımlı olmayan giriş işareti*, ***bir sıkıştırıcıdan geçirilerek daha sık rastlanan düşük genlikli değerlerin arası açılırken, daha düşük olasılıklı yüksek genlikli değerlerin arası sıkıştırılmakta***, ve bu sayede giriş işareti *düzgün dağılımlı hale* getirilmektedir.
- Düzgün dağılımlı hale getirilmiş işaret, *birbiçimli bir kuantalayıcı ile nicemlenmektedir*.
- Kuantalanan işaret seviyelerinin, *sıkıştırıcının tam tersi bir işlev yerine getiren bir genleştiriciden geçirilmesi sonucu işaret değerleri normal seviyelerine geri getirilmektedir*.
- Bu sayede birbiçimli olmayan bir kuantalayıcının fonksiyonu basit olarak yerine getirilebilmektedir.
- Örneğin bir sayısal haberleşme sisteminde *sıkıştırma ve birbiçimli kuantalama* işlemleri *göndericide* yapılırken, *genleştirme* işlemi *alıcıda* yapılabilmektedir.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Birbiçimli olmayan kuantalayıcılar ilk olarak sayısal ses iletiminde kullanılmaya başlanmıştır.
- Birbiçimli kuantalayıcılarda olduğu gibi birbiçimli olmayan kuantalayıcılarda da iyi bir kuantalama işlemi istendiği taktirde tasarım aşamasında kuantalanacak işaretin özelliklerinin dikkate alınması gerekmektedir.
- Bu nedenle ses işaretinin kuantalanması için geliştirilecek kuantalayıcıların tasarımında ses işaretinin özellikleri dikkate alınmaktadır.
- Yapılan istatistiksel incelemelerde *konuşma esnasında ses işaretinin çoğunlukla düşük genliklerde* bulunduğu tespit edilmiştir.
- Telefon şebekesini farklı ses özelliklerine sahip kişiler kullanabileceğinden, sistemin farklı konuşmacıların özellikleri dikkate alınarak tasarlanması gerekmektedir.
- Bu nedenle farklı özelliklerdeki birçok konuşmacının ses dinamikleri incelendiğinde ses yoğunluğunun genelde 40 db'lik bir aralıkta değiştiği gözlenmiştir.
- Ses işaretinin genel istatistikleri dikkate alınarak Avrupa'da kullanılan A-kuralı olarak bilinen ve Kuzey Amerika'da kullanılan ve μ -kuralı olarak bilinen birbirine çok yakın iki sıkıştırıcı karakteristiği tanımlanmıştır.

SAYISAL HABERLEŞME

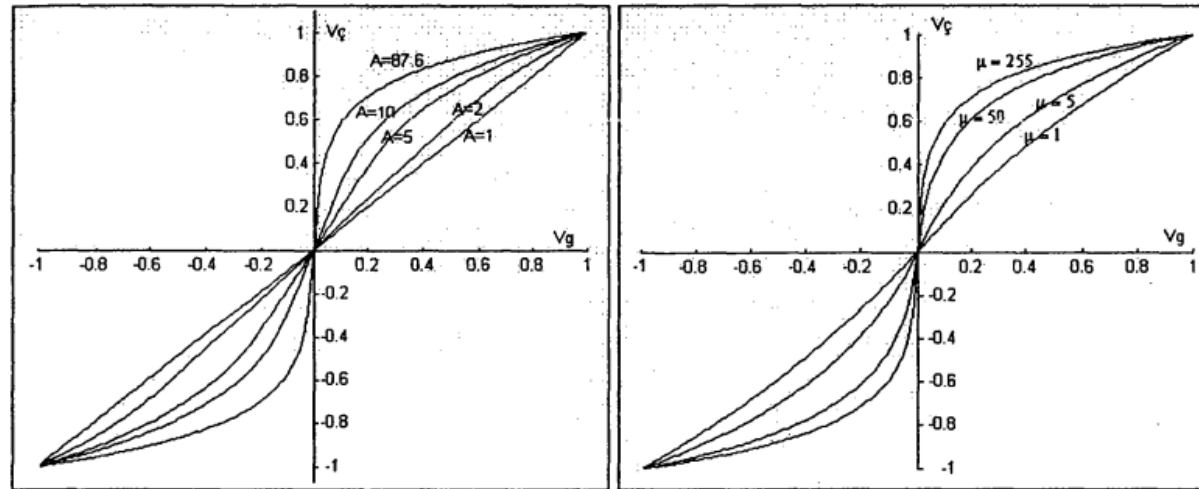
3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Kuzey Amerika'da kullanılan μ -kuralı sıkıştırıcıda giriş (V_g) çıkış ($V_{\check{C}}$) ilişkisi, μ sıkıştırma parametresi ve $sign(.)$ işaret fonksiyonu olmak üzere $V_{\check{C}}$ şu şekilde tanımlanır.

$$V_{\check{C}} = sign(V_g) \frac{\ln(1 + \mu|V_g|)}{\ln(1 + \mu)}$$

- Farklı sıkıştırma parametreleri için μ -kuralı giriş-çıkış eğrisinin aldığı biçim Şekil 3.35'de gösterilmektedir



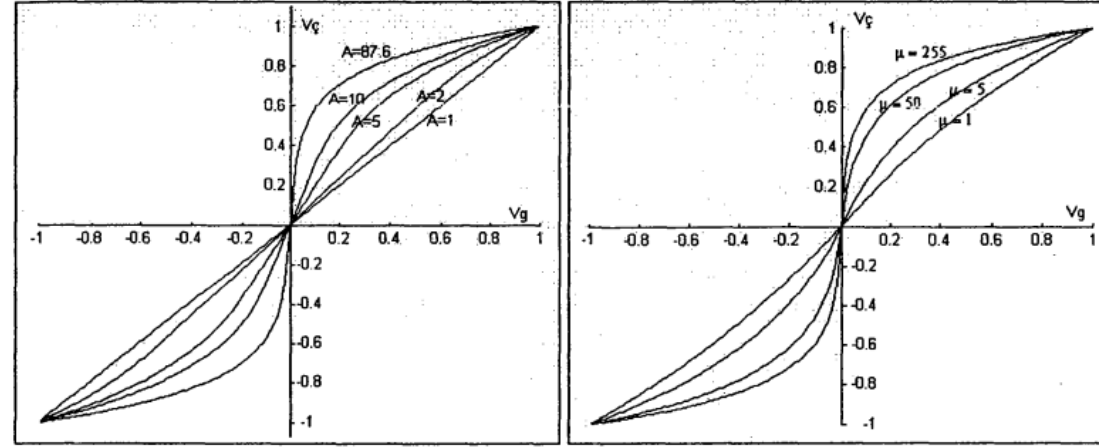
Şekil 3.35. Değişik sıkıştırma parametreleri için A-kuralı ve μ -kuralı sıkıştırma eğrileri.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Farklı sıkıştırma parametreleri için μ -kuralı giriş-çıkış eğrisinin aldığı biçim Şekil 3.35'de gösterilmektedir



Şekil 3.35. Değişik sıkıştırma parametreleri için A-kuralı ve μ -kuralı sıkıştırma eğrileri.

- Görüldüğü gibi sıkıştırmada logaritmik bir tepki oluşmakta ve birim giriş (en tepe ses değeri) için birim çıkış elde edilecek şekilde bir normalizasyon gerçekleştirilmektedir.
- Kuzey Amerika'da telefon şebekesi üzerinden gerçekleştirilen sayısal ses iletiminde insan ses dağılımına uygun bir sıkıştırma parametresi olarak $\mu = 255$ kullanılmaktadır.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Avrupa'da kullanılan A-kuralı sıkıştırıcı karakteristiği ise doğrusal ve logaritmik olmak üzere iki bölgeye bölünmüştür. Giriş (V_g) - çıkış ($V_ç$) ilişkisi, A sistemin sıkıştırma parametresi ve $sign(.)$ işaret fonksiyonu olmak üzere

$$V_ç = \frac{AV_g}{1 + \ln(A)} \quad , \quad 0 \leq |V_g| \leq \frac{1}{A} \quad (\text{doğrusal bölge})$$

$$V_ç = sign(V_g) \frac{1 + \ln(A|V_g|)}{1 + \ln(A)} \quad , \quad \frac{1}{A} \leq |V_g| \leq 1 \quad (\text{logaritmik bölge})$$

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Avrupa'da telefon şebekesi üzerinden gerçekleştirilen sayısal ses iletiminde insan ses dağılımına uygun bir sıkıştırma parametresi olarak $A = 87.6$ kullanılmaktadır.
- A-kuralının tanımlanmasında
 - Giriş sıfır olduğunda çıkışın sıfır olmasını sağlayacak bir doğrusal bölgenin kullanılması
 - Giriş genliği $|V_g| = 1$ için $|V_ç| = 1$ sağlayacak bir logaritmik bölgenin kullanılması
 - Karakteristiklerin $|V_g| = 1 / A$ noktasında sürekli olmasının sağlanması koşulları dikkate alınmıştır.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Ses işareti için logaritmik bölgede işaret-kuantalama gürültü oranı giriş değerlerine bağlı olmamaktadır.
- Bu bölgede sabit bir A parametresi ve belirli bir seviye sayısı için yaklaşık olarak sabit bir işaret-kuantalama gürültü oranı elde edilmektedir.
- Doğrusal bölgenin sınırı olan $|V_g| = 1 / A$ noktası, en sessiz konuşmacı seviyesine göre ayarlanmakta ve bu sayede bütün kullanıcılar için efektif olarak sabit bir işaret-gürültü oranının elde edilmesi amaçlanmaktadır.
- Yapılan ölçümlerde nüfusun %98'inin ses genliğinin etkin (RMS) değerinin tüm konuşmacıların ortalama etkin değerine göre ± 13 dB aralığında olduğu bulunmuştur.
- Ölçümler sırasında ayrıca konuşmacıların zamanın %99'unda kendi etkin değerlerinden en fazla ± 13 dB sapma gösterdikleri tespit edilmiştir.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Yapılan bu ölçümlere göre A-kuralı sıkıştırma sisteminin tasarımında, ses için dinamik aralıkları belirlenmiştir.

0 db	Tepe değeri
-13 db	En gürültülü RMS değeri
-26 db	Ortalama RMS değeri
-39 db	En sessiz RMS değeri
-52 db	Minimum işaret değeri
- En sessiz konuşmacının logaritmik bölgeye girmesi için $|V_g| = 1 / A$ noktası -39 db değerine karşılık gelecek şekilde ayarlanmış,
- Bu nedenle telefon şebekesi üzerinden gerçekleştirilen sayısal ses iletimi için Avrupa'da sıkıştırma parametresi $A=87.6$ olarak belirlenmiştir.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

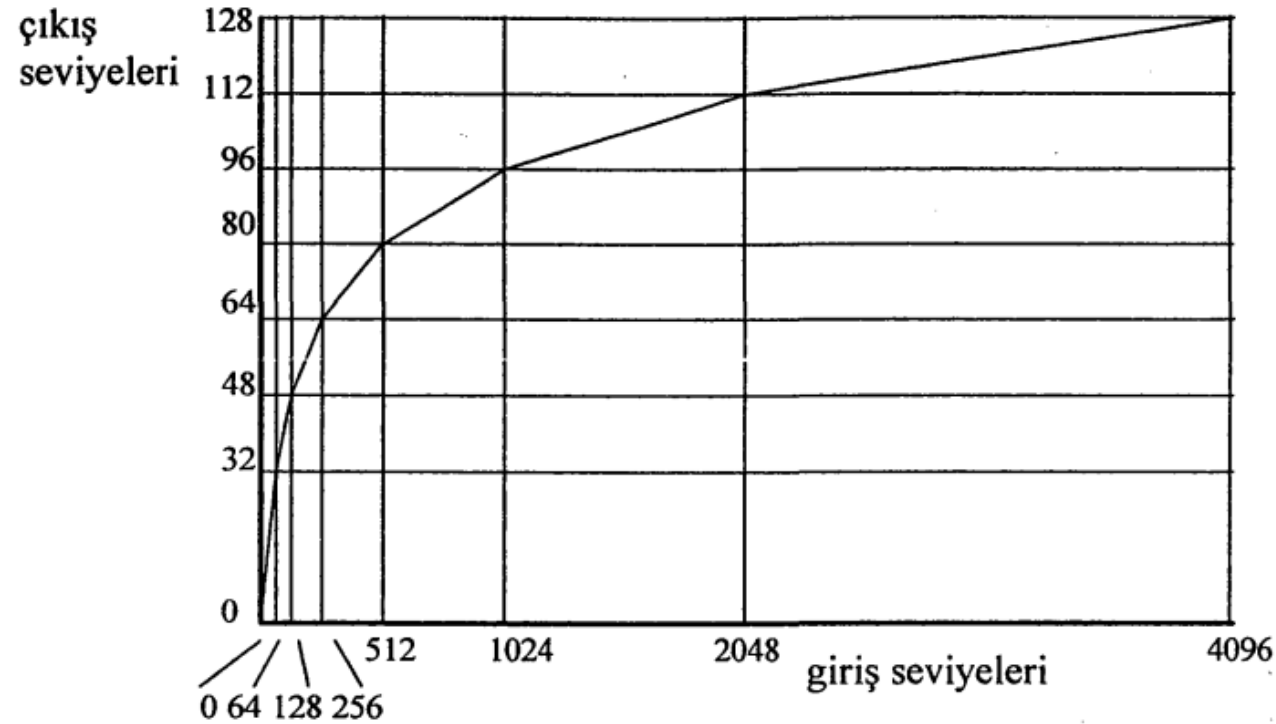
- Avrupa'da kullanılan sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama sisteminde ses işareti sıkıştırma parametresi $A=87.6$ olan bir sıkıştırıcıdan geçirildikten sonra **256 seviyeli (8 bitlik)** birbiçimli bir kuantalayıcı ile kuantalandığı takdirde, kuantalama işleminin ortalama işaret-gürültü oranı 38 db olarak bulunmaktadır.
- Bu değerler kullanılarak bir karşılaştırma yapıldığında, A-kuralı sıkıştırıcı kullanan 256 seviyeli (8 bitlik) birbiçimli bir kuantalayıcının performansını yakalayabilmesi için sıkıştırma kullanmayan birbiçimli bir kuantalayıcıda **4096 seviye (12 bit) olması** gerektiği bulunmaktadır.
- Bu nedenle sıkıştırma-genleştirmeli **kuantalama sayesinde %33'lük bir veri kazancı** sağlanmaktadır.
- Günümüzde **logaritmik sıkıştırıcı ve genleştiriciler** yerine gerçekleştirilmesi daha kolay olan **parçalı doğrusal sıkıştırıcı ve genleştiriciler** kullanılabilmektedir.
- Pratikte kullanılan **parçalı-doğrusal A-kuralı** sıkıştırıcı eğrisinin pozitif kısmı Şekil 3.36'da

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Pratikte kullanılan *parçalı-doğrusal A-kuralı* sıkıştırıcı eğrisinin pozitif kısmı Şekil 3.36'da gösterilmektedir.



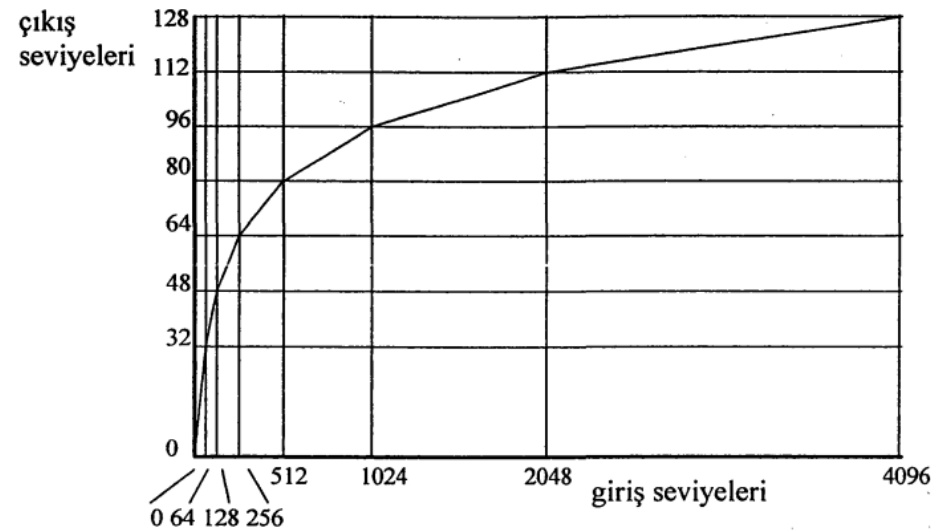
Şekil 3.36. Pratikte kullanılabilen parçalı-doğrusal A-kuralı kuantalayıcısı.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

- Sıkıştırıcı, pozitifte 7, negatifte 7 olmak üzere toplam 14 kısma ayrılmıştır
- Her kısım içerisinde ayrı birbiçimli kuantalayıcılar kullanılmaktadır.
- Normalde basamak şeklinde olan kuantalayıcı yapısı genel karakteristiğın anlaşılabilmesi için Şekil 3.36'da çizgisel olarak gösterilmektedir.
- Giriş, pozitif değerler için 4096, negatif değerler için 4096 olmak üzere toplam 8192 seviyeye bölünmekte, çıkışta ise pozitifte 128, negatifte 128 olmak üzere toplam 256 seviyeye kuantalama (8-bit çıkış) gerçekleştirilmektedir.



Şekil 3.36. Pratikte kullanılabilen parçalı-doğrusal A-kuralı kuantalayıcısı.

SAYISAL HABERLEŞME

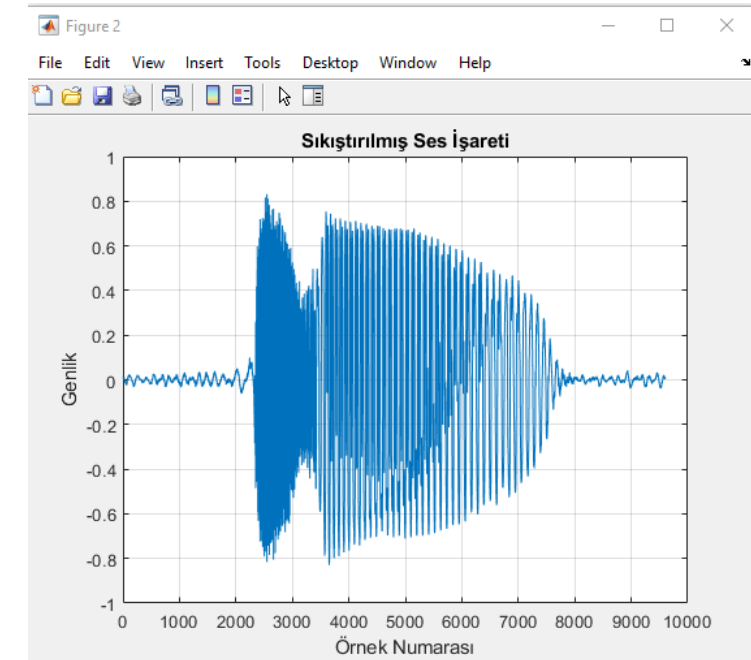
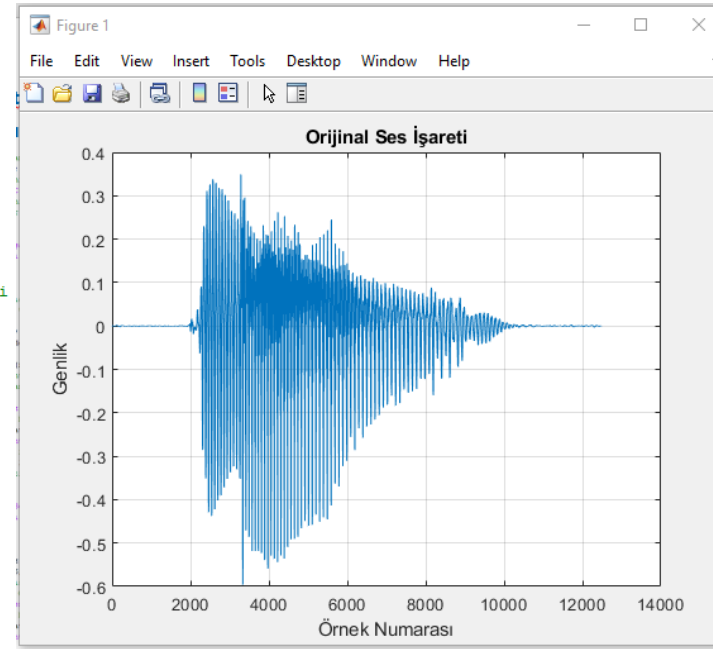
3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.1. Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama

```

1 % Ses işareti için kuantalama ve sıkıştırma-genleştirme işlemleri
2 clc; clear; close all;
3 L = 8; % Kuantalayıcının seviye sayısı
4 [x, Fs] = audioread('C:\9.WAV'); % Ses işaretini bir .wav dosyasından oku
5 x = x'; % Ses işaretinin devriğini alarak satır matrisine dönüştür
6 % Ses işaretini çizdir
7 figure;
8 plot(x);
9 title('Örjinal Ses İşareti');
10 xlabel('Örnek Numarası');
11 ylabel('Genlik');
12 grid on;
13
14 xmax = 1; % Kuantalayıcı tasarımı için maksimum değer
15 delta = 2 * xmax / L; % Birbiçimli kuantalayıcının adım aralığı
16
17 partition = -(L/2-1) * delta : delta : (L/2-1) * delta; % L-1 adet giriş eşik seviyesi
18 codebook = -(L-1) * delta / 2 : delta : ((L-1) * delta / 2); % L adet çıkış seviyesi
19
20 [indx1, xq] = quantiz(x, partition, codebook); % Ses işaretini doğrudan kuantala
21 hatal = x - xq; % Kuantalama hatasını hesapla
22 % Ortalama karesel kuantalama hatası (OKKH)
23 okkh1 = var(hatal);
24 fprintf('Sıkıştırmasız OKKH: %.4f\n', okkh1);
25 % Maksimum kuantalama hatası
26 makshatal = max(abs(hatal));
27 fprintf('Maksimum Kuantalama Hatası (Sıkıştırmasız): %.4f\n', makshatal);
28 % A-kuralına göre ses işaretini sıkıştır
29 xc = compand(x, 87.6, 1, 'A/compressor');
30 % Sıkıştırılmış işareti çizdir
31 figure;
32 plot(xc);
33 title('Sıkıştırılmış Ses İşareti');
34 xlabel('Örnek Numarası');
35 ylabel('Genlik');
36 grid on;
37
38 [indx2, xcq] = quantiz(xc, partition, codebook); % Sıkıştırılmış işareti kuantala
39 xa = compand(xcq, 87.6, 1, 'A/expander'); % Kuantalanmış işareti A-kuralına göre genişlet
40 hata2 = x - xa; % Sıkıştırma-genleştirmeli kuantalama hatası
41 okkh2 = var(hata2); % Ortalama karesel kuantalama hatası (OKKH)
42 fprintf('Sıkıştırma-Genleştirme Sonrası OKKH: %.4f\n', okkh2);
43 % Maksimum kuantalama hatası (Sıkıştırma-genleştirme sonrası)
44 makshata2 = max(abs(hata2));
45 fprintf('Maksimum Kuantalama Hatası (Sıkıştırma-Genleştirme Sonrası): %.4f\n', makshata2);

```



SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyon eniyilenmiş kuantalama

- **Olasılık yoğunluk fonksiyon eniyilenmiş kuantalama** yöntemi, işaretin olasılık yoğunluk fonksiyonunu kullanarak kuantalayıcının tasarımını gerçekleştirmektedir.
- **İşaretin yoğunluk fonksiyonunun tam olarak bilinmediği durumlarda** ise, işaret örneklerinden oluşacak bir eğitim seti kullanılarak, bu eğitim setindeki işaret değerlerine bağlı bir olasılık yoğunluk fonksiyonunun oluşturulması sayesinde kuantalayıcının tasarlanması mümkün olmaktadır.
- Olasılık yoğunluk fonksiyonu bilinen bir işaret için tasarlanacak kuantalayıcıda **ortalama karesel kuantalama hatasının minimum olması istenmektedir.**
- Minimum ortalama karesel kuantalama hatası için aşağıdaki ifadenin y_i 'ye göre türevi alınıp, sonuç sıfıra eşitlendikten sonra y_i çekildiğinde

$$\sigma_e^2 = \sum_{i=1}^M \int_{b_{i-1}}^{b_i} (x - y_i)^2 f_X(x) dx \quad (3.28)$$

$$y_i = \frac{\int_{b_{i-1}}^{b_i} x f_X(x) dx}{\int_{b_{i-1}}^{b_i} f_X(x) dx} \quad (3.29)$$

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyon eniyilenmiş kuantalama

- Görüldüğü gibi her kuantalama çıkış seviyesi, o aralığın olasılık kütlelerinin merkezine karşılık gelmektedir.
- Giriş eşik seviyelerinin tespit edilebilmesi için b_i 'ye göre türev alınıp, sonuç sıfıra eşitlendikten sonra, b_i çekildiğinde

$$b_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$

- Dolayısıyla giriş eşik seviyeleri, komşu iki çıkış kuantalama seviyesinin orta noktası şeklinde oluşmaktadır.
- Kuantalama hatasının en düşük seviyede tutulabilmesi için, giriş eşiklerinin çıkış seviyelerinin orta noktasına karşılık gelmesi gerekmektedir.
- Bu sayede, çıkış seviyelerinin tam orta noktasında giriş değeri için bir önceki seviye ile bir sonraki seviye aynı kuantalama hatasını vermektedir
- Bu noktadan küçük giriş değerleri bir alt kuantalama seviyesine daha yakın, büyük giriş değerleri ise bir üst kuantalama seviyesine daha yakın olmaktadır.

SAYISAL HABERLEŞME

3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyon eniyilenmiş kuantalama

- Olasılık yoğunluk fonksiyonu açısından eniyilenmiş kuantalayıcının parametreleri (3.28) ve (3.29) denklemleri çözülerek bulunabilmektedir.
- Bu denklemlerde, y_i ve b_{i-1} ve b_i 'ye bağlı; b_i , ise y_i , ve y_{i+1} 'e bağlı olduğundan doğrudan bir çözüm mümkün olmamakla beraber, bu denklemlerin özyineli olarak çözülebileceği Joel Max ve Stuart P. Lloyd tarafından gösterilmiştir.
- Önerilen özyineli çözümde, ilk kuantalama çıkış seviyesi için bir tahmin yapıldıktan sonra kuantalayıcı parametreleri (3.28) ve (3.29) denklemleri kullanılarak bulunmaktadır.
- Daha sonra bu parametreler, hata belirli bir değerin altına düşene kadar özyineli olarak güncellenmektedir.
- Bu şekilde tasarlanan kuantalayıcılar Lloyd-Max kuantalayıcı olarak adlandırılmaktadır.

SAYISAL HABERLEŞME

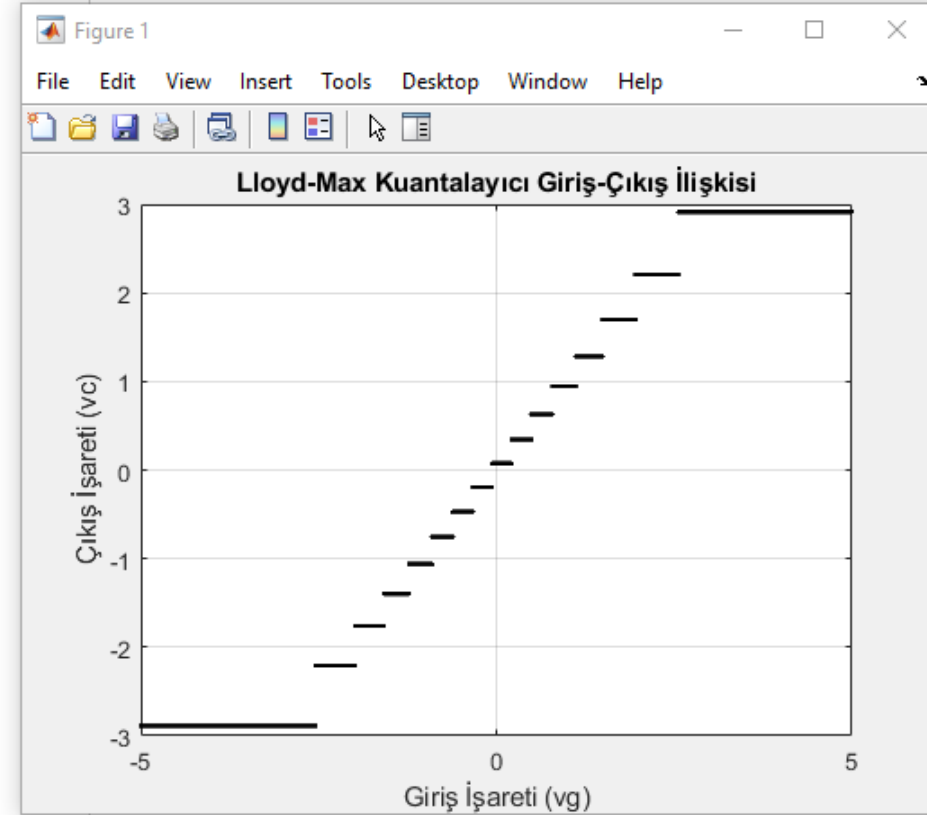
3.3. Kuantalama (Nicemleme)

2.2. Olasılık yoğunluk fonksiyon eniyilenmiş kuantalama

```

1 % Lloyd-Max kuantalayıcı tasarımı ve giriş-çıkış ilişkisi grafiği
2 clc; clear; close all;
3
4 % Kuantalayıcının seviye sayısı
5 L = 16;
6
7 % Normal dağılımlı örnek bir işaret oluştur
8 x = randn(1, 10000);
9
10 % Lloyd-Max kuantalayıcı parametrelerini belirle
11 [partition, codebook] = lloyds(x, L);
12
13 % Giriş işaretini belirle (-5 ile 5 arasında)
14 vg = -5:0.001:5;
15
16 % Giriş işaretini kuantala
17 [indx, vc] = quantiz(vg, partition, codebook);
18
19 % Giriş-Çıkış ilişkisini çizdir
20 figure;
21 plot(vg, vc, '.k');
22 title('Lloyd-Max Kuantalayıcı Giriş-Çıkış İlişkisi');
23 xlabel('Giriş İşareti (vg)');
24 ylabel('Çıkış İşareti (vc)');
25 grid on;
26

```



Şekil 3.38. Gauss dağılımlı işaretler için 16 seviyeli Lloyd-Max kuantalayıcı.

SAYISAL HABERLEŞME

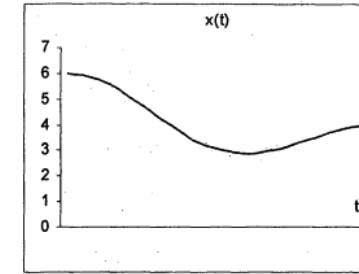
3.4. DARBE KOD MODÜLASYONU (PCM)

- **Kuantalanmış örnek değerlerinin** *sayısal kod sözcükleri* şekline çevrilmesi işlemi darbe kod modülasyonu (PCM) olarak adlandırılmaktadır.
- **Kuantalanmış örnek değerleri** genelde *ikili kod sözcükleri* kullanılarak sayısal sözcükler şeklinde ifade edilebilmektedir.
- Darbe kod modülasyonu kullanılarak her işaret örneği için, o örneğin genlik değerini belirten bir kod sözcüğü üretilmektedir.

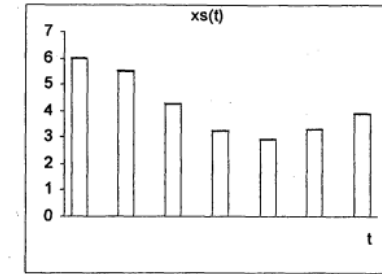
SAYISAL HABERLEŞME

3.4. DARBE KOD MODÜLASYONU (PCM)

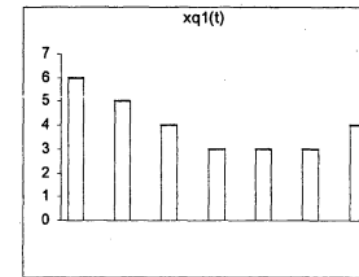
- Şekil 3.39'da analog bir işaretin, **örneklenmesi**, **kuantalanması** ve **PCM kodlanmasına** örnek gösterilmektedir.
- **Seviye sayısı L olan bir kuantalayıcı** için bütün seviyelerin kodlanabilmesi için doğal olarak L adet farklı kod sözcüğüne gereksinim duyulmaktadır.
- Gösterim için ikili sistem kullanıldığı taktirde L adet kod sözcüğü için $n = \log_2 L$ bit kullanılmalıdır.



(a) Örnek bir analog işaret



(b) Düz-tepeli örneklenmiş işaret

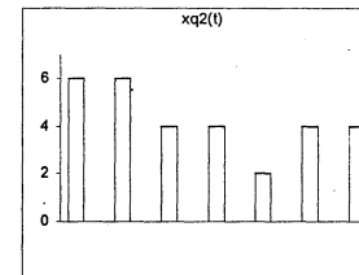


(c) Sekiz seviyeye kuantalanmış işaret.

PCM kodları

Seviye	Kod	Seviye	Kod
7	111	3	011
6	110	2	010
5	101	1	001
4	100	0	000

PCM bit dizini
110 101 100 011 011 011 100



(d) Dört seviyeye kuantalanmış işaret.

PCM kodları

Seviye	Kod
6	11
4	10
2	01
0	00

PCM bit dizini
11 11 10 10 01 10 10

SAYISAL HABERLEŞME

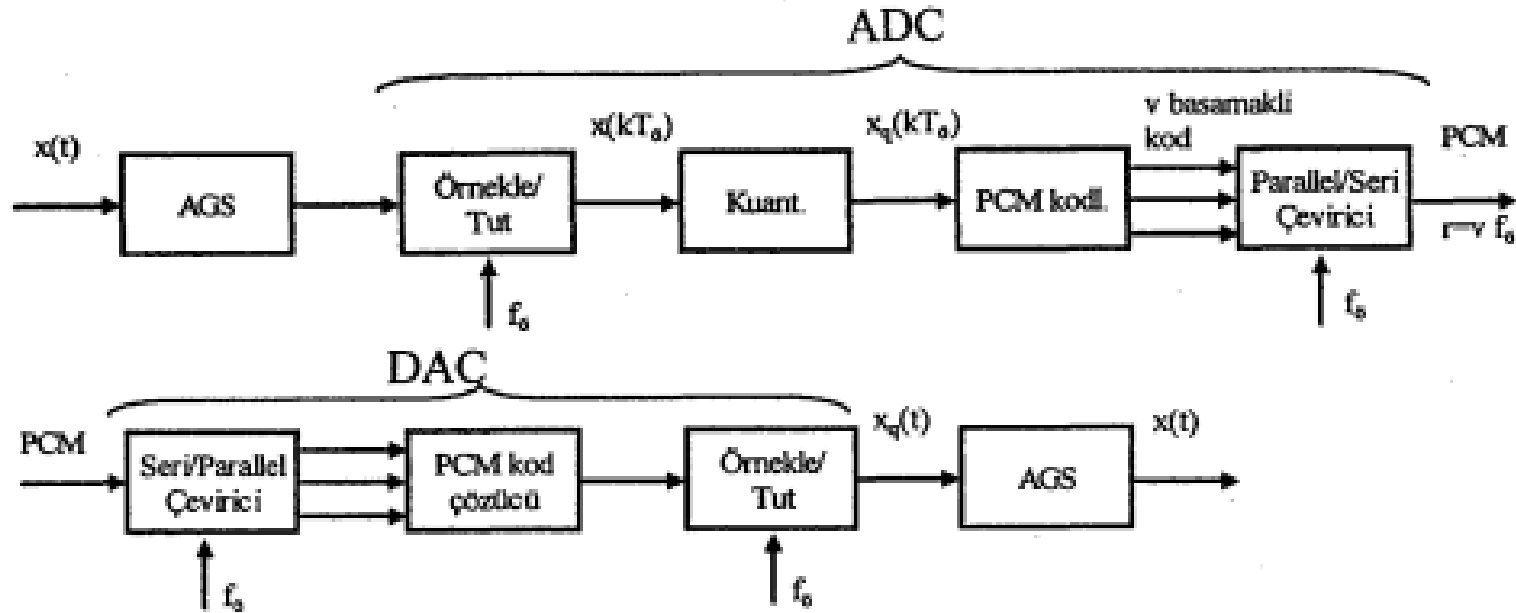
3.4. DARBE KOD MODÜLASYONU (PCM)

- Şekil Kuantalama seviye sayısı arttıkça seviyelerin gösterimi için gerekli bit sayısı ve bunun neticesinde her örneğin gösteriminde kullanılan bit miktarı artmaktadır. Kuantalama seviye sayısı azaldıkça her örneğin gösteriminde kullanılan bit miktarı da azalmakta fakat buna karşın kuantalama hatası artmaktadır.
- Darbe kod modülasyonunun en önemli avantajları dört noktada toplanabilmektedir:
 - Sistem içerisinde daha ucuz olan sayısal devrelerin kullanılabilmesine olanak tanınmaktadır.
 - Farklı analog işaretlerden (ses, video,...) oluşturulan PCM işaretleri doğrudan sayısal işaretlerle (bilgisayar...) bir arada kullanılabilmekte ve işaretin kökenine bakılmaksızın aynı şekilde ele alınabilmektedir.
 - Uzun mesafeli iletimlerde kullanılması gereken yineleyicilerde PCM işareti kolayca gürültülü işareten yeniden oluşturulabilmektedir
 - Bu sayede uzun mesafelerde daha kaliteli bir iletim sağlanabilmektedir.
 - PCM sistemi gürültüye karşı oldukça dayanıklı olup sayısal işaretlerin sıkıştırılması, hatalara karşı kodlanması ve işlenmesi daha kolay olmaktadır.

SAYISAL HABERLEŞME

3.4. DARBE KOD MODÜLASYONU (PCM)

- PCM esasında kuantalanmış işaret örneklerinin sayısal kod sözcükleri ile gösterim işlemi olmakla beraber, çoğu zaman **analog bir işareten başlanıp sayısal kod sözcüğünün oluşturulması işlemlerinin tamamı** bir bütün halinde PCM sistemi olarak kabul edilebilmektedir.
- Bu anlamda bir PCM sistemi Şekil 3.40'da gösterilmektedir.



Şekil 3.40. PCM sistem yapısı.

SAYISAL HABERLEŞME

3.4. DARBE KOD MODÜLASYONU (PCM)

- *Telefon gibi çift yönlü bir iletim sistemi söz konusu olduğu zaman* her iki tarafta *da bir alıcı ve verici bulunacağından* hem *analog işareti PCM'e* çevirerek iletecek, *hem de PCM olarak alınan işareti analog* forma çevirecek bir sistem bulunmaktadır.
- Tipik bir PCM üreticinde, önce analog işareti bant-sınırlı hale getirecek bir örtüşme-önler alçak-geçiren süzgeç (AGS) bulunmaktadır.
- Örnekle-ve-tut devresi ile analog işaret Nyquist kriterine göre belirlenen örnekleme frekansında örneklenmekte ve sonrasında istenen seviye adedine kuantalanmaktadır.
- PCM kodlayıcısı her kuantalama seviyesine karşılık gelen sayısal kod sözcüğünü üretmektedir.
- Son olarak PCM kodlayıcının paralel olarak ürettiği sayısal veriler iletim için seri hale çevrilmektedir.
- Örnekle-ve-tut devresi, kuantalayıcı, PCM kodlayıcı ve Paralel/Seri çevirici elemanlarının bütünü Analog/Sayısal Çevirici (ADC, A/D) olarak adlandırılmaktadır.
- Seri PCM iletiminde ikili bit hızı, örnekleme frekansı ile PCM kodlayıcının kod sözcükleri için kullandığı bit sayısı çarpımı olarak oluşmaktadır.